Simulation (compléments du Chapitre 7)

Yves Aragon*
Université Toulouse 1 Capitole

2 avril 2011

7.1 Exercices

Exercice 7.1 (Simulation d'un SARMA)
On veut simuler une série obéissant à (1.2).
- Tirer d'abord 290 observations i.i.d. suivant la loi de z_t.
- Simuler d'après cette série, une série de 240 valeurs obéissant à (1.2)

Réponse.

Cette simulation est effectuée par

```
> # graine
> set.seed(2761)
> innov1 = rnorm(290,sd=4.18)
> y = arima.sim(list(order = c(12,0,1), ma=-.7, ar=c(rep(0,11),.9)),
+   innov =innov1, n.start =50, n = 240) +50
> y.ts = ts(y,frequency=12, start=c(1920,1))
> ytr=cbind(y.ts,nottem)
> colnames(ytr)=c("serie simulee","temperature")
```

Notons simplement que `innov1` correspond à z_t, `y` à $y_t - 50$ et qu'on a dû expliciter que les coefficients de la régression de y_t sur ses valeurs passées jusqu'en $t-11$, sont nuls.

Exercice 7.2 (ARIMA)
On veut simuler une série de 200 valeurs d'une autorégression dont le polynôme a deux racines strictement supérieurs à 1 et une racine égale à 1 :

$$(1-\frac{\mathrm{B}}{1.4})(1-\mathrm{B})(1-\frac{\mathrm{B}}{1.9}).$$

et la variance du bruit est égale à 1.
- Calculer le polynôme d'autorégression.
- Si on essaie de simuler cette série directement à l'aide de `arima.sim()`, qu'observe-t-on ? La série obéit à un ARIMA(2,1,0). Après avoir consulté l'aide en ligne de cette fonction, reformuler la simulation pour pouvoir utiliser `arima.sim()`.
- Simuler la série à l'aide de `simulate()`.

*aragon@cict.fr

Réponse.

– Calcul du polynôme d'autorégression.

```
> require(polynom)
> autop=polynomial(c(1,-1/1.4))*polynomial(c(1,-1))*polynomial(c(1,-1/1.
```

– Simulation directe. On obtient une erreur car la partie autorégressive du modèle n'est pas stationnaire. Le processus à simuler étant un ARIMA(2,1,0), on peut exprimer le facteur du terme en $(1-\mathrm{B})$: $(1-\mathrm{B}/1.4)(1-\mathrm{B}/1.9)$ et simuler l'ARIMA :

```
> autop1 = polynomial(c(1,-1/1.4))*polynomial(c(1,-1/1.9))
> asim8b = arima.sim(n=60, list(ar = -autop1[-1],
+ order=c(2,1,0)))
```

– Pour simuler la série à l'aide de `simulate()`, on construit le modèle via `ARMA()` puis on le simule

```
> require(dse)
> AR = array( autop1,c(length(autop1),1,1))
> MA = array(1,c(1,1,1))
> mod2 = ARMA(A=AR  ,B = MA)
> asim8c= simulate(mod2,sampleT=60, sd=1.5)
```

ainsi, alors que `arima.sim()` ne peut simuler que des ARMA ou des ARIMA explicites, `simulate()`, comme `filter()` peut simuler toute autorégression.

7.2 Intervention

Exercice 7.3
On dispose d'une série de 100 observations. On sait qu'à la date $t1 = 10$, une intervention a provoqué une hausse brutale du niveau moyen de la série qui est progressivement revenue à son niveau antérieur à la date t1. D'autre part, en t2 = 25, une autre intervention a provoqué une baisse progressive, avec des oscillations, du niveau moyen vers un niveau durablement inférieur.

1. Ecrire formellement ce mécanisme. On notera ω_i, δ_i, $i = 1,2$ les paramètres des deux interventions.
2. Ecrire le code R pour calculer cet effet. Choisir des valeurs sensées pour les paramètres.

Réponse.
L'intervention en $t1$ est associée à une impulsion P_t^{t1} et un amortissement du type

$$\frac{\omega_1}{1-\delta_1\mathrm{B}}, \qquad \omega_1,\, \delta_1 > 0$$

et celle en $t2$, qui dure, est associée à un échelon S_t^{t2} et l'amortissement est du même type avec maintenant $\omega_2 > 0$, $\delta_2 < 0$. Sans autres précisions, l'intervention en $t2$ va provoquer un saut de ω_2. On peut l'atténuer en introduisant une intervention ponctuelle P_t^{t2} de coefficient $\omega_3 < 0$.
A la date $t2$ la série est nécessairement en train de revenir à son niveau moyen initial quand survient l'événement.